

2019 年浙江省初中毕业学业考试(嘉兴卷)

一、选择题(本题有 10 小题, 每题 3 分, 共 30 分. 请选出各题中唯一的正确选项, 不选、多选、错选, 均不得分)

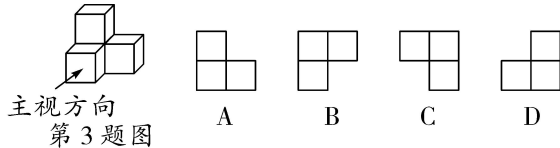
1. -2019 的相反数是()

- A. 2019 B. -2019 C. $\frac{1}{2019}$ D. $-\frac{1}{2019}$

2. 2019 年 1 月 3 日 10 时 26 分, “嫦娥四号” 探测器飞行约 380000 千米, 实现人类探测器首次在月球背面软着陆, 数据 380000 用科学记数法表示为()

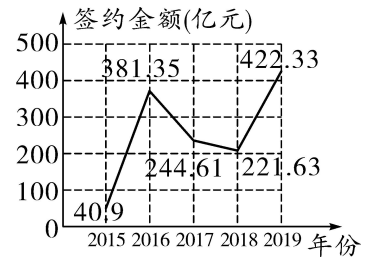
- A. 38×10^4 B. 3.8×10^4 C. 3.8×10^5 D. 0.38×10^6

3. 如图是由四个相同的小正方体组成的立体图形, 它的俯视图为()



4. 2019 年 5 月 26 日第 5 届中国国际大数据产业博览会召开, 某市在五届数博会上的产业签约金额的折线统计图如图, 下列说法正确的是()

某市在五届数博会上的产业签约金额统计图



- A. 签约金额逐年增加
 B. 与上一年相比, 2019 年的签约金额的增长量最多
 C. 签约金额的年增长速度最快的是 2016 年
 D. 2018 年的签约金额比 2017 年降低了 22.98%

5. 如图是一个 2×2 的方阵, 其中每行, 每列的两数和相等, 则 a 可以是()

- A. $\tan 60^\circ$ B. -1 C. 0 D. 1^{2019}

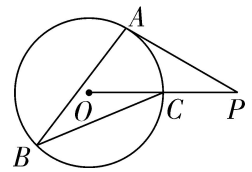
$\sqrt[3]{8}$	2^0
a	$ -2 $

6. 已经四个实数 a 、 b 、 c 、 d , 若 $a > b$, $c > d$, 则()

- A. $a+c > b+d$ B. $a-c > b-d$ C. $ac > bd$ D. $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$

7. 如图, 已知 $\odot O$ 上三点 A 、 B 、 C , 半径 $OC=1$, $\angle ABC=30^\circ$, 切线 PA 交 OC 延长线于点 P , 则 PA 的长为()

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

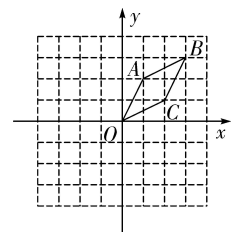


8. 中国清代算书《御制数理精蕴》中有这样一题: “马四匹、牛六头, 共价四十八两(我国古代货币单位); 马三匹、牛五头, 共价三十八两. 问马、牛各价几何?” 设马每匹 x 两, 牛每头 y 两, 根据题意可列方程组为()

- A. $\begin{cases} 4x+6y=48 \\ 3x+5y=38 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4y+6x=48 \\ 3y+5x=38 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 4x+6y=48 \\ 5x+3y=38 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4x+6y=48 \\ 3x+5y=38 \end{cases}$

9. 如图, 在直角坐标系中, 已知菱形 $OABC$ 的顶点 $A(1, 2)$, $B(3, 3)$, 作菱形 $OABC$ 关于 y 轴的对称图形 $OA'B'C'$, 再作图形 $OA'B'C'$ 关于点 O 的中心对称图形 $OA''B''C''$, 则点 C 的对应点 C'' 的坐标是()

- A. (2, -1) B. (1, -2) C. (-2, 1) D. (-2, -1)



10. 小飞研究二次函数 $y=-(x-m)^2-m+1$ (m 为常数) 性质时, 有如下结论: ①这个函数图象的顶点始终在直线 $y=-x+1$ 上; ②存在一个 m 的值, 使得函数图象的顶点与 x 轴的两个交点构成等腰直角三角形; ③点 $A(x_1, y_1)$

与点 $B(x_2, y_2)$ 在函数图象上, 若 $x_1 < x_2$, $x_1 + x_2 > 2m$, 则 $y_1 < y_2$; ④当 $-1 < x < 2$ 时, y 随 x 的增大而增大, 则 m 的取值范围为 $m \geq 2$, 其中错误结论的序号是()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

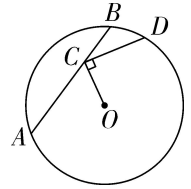
二、填空题(本题有 6 小题, 每题 4 分, 共 24 分)

11. 分解因式: $x^2 - 5x =$ _____.

12. 从甲、乙、丙三人中任选两人参加“青年志愿者”活动, 甲被选中的概率为_____.

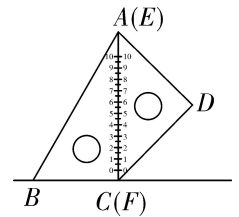
13. 数轴上有两个实数 a, b , 且 $a > 0, b < 0, a + b < 0$, 则四个数 $a, b, -a, -b$ 的大小关系为_____ (用“ $<$ ”号连接).

14. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 $AB = 1$, 点 C 在 AB 上移动, 连接 OC , 过点 C 作 $CD \perp OC$ 交 $\odot O$ 于点 D , 则 CD 的最大值为_____.



15. 在 $x^2 + (\text{_____}) + 4 = 0$ 的括号中添加一个关于 x 的一次项, 使方程有两个相等的实数根.

16. 如图, 一副含 30° 和 45° 角的三角板 ABC 和 EDF 拼合在一个平面上, 边 AC 与 EF 重合, $AC = 12 \text{ cm}$, 当点 E 从点 A 出发沿 AC 方向滑动时, 点 F 同时从点 C 出发沿射线 BC 方向滑动, 当点 E 从点 A 滑动到点 C 时, 点 D 运动的路径长为_____ cm ; 连接 BD , 则 $\triangle ABD$ 的面积最大值为_____ cm^2 .



三、解答题(本题有 8 小题, 每 17~19 题每题 6 分, 第 20、21 题每题 8 分, 第 22、23 题每题 10 分, 第 24 题 12 分, 共 66 分)

17. 小明解答“先化简, 再求值: $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-1}$, 其中 $x = \sqrt{3} + 1$.”的过程如图, 请指出解答过程中错误步骤的序号, 并写出正确的解答过程.

解: $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x^2-1}$

$= \frac{1}{x+1} \cdot (x^2-1) + \frac{2}{x^2-1} \cdot (x^2-1) \dots\dots ①$

$= (x+1) + 2 \dots\dots ②$

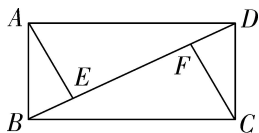
$= x+3 \dots\dots ③$

当 $x = \sqrt{3} + 1$ 时, 原式 $= x+3$

$= \sqrt{3} + 1 + 3 \dots\dots ④$

$= \sqrt{3} + 4 \dots\dots ⑤$

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 在对角线 BD 上, 请添加一个条件, 使得结论“ $AE = CF$ ”成立, 并加以证明.

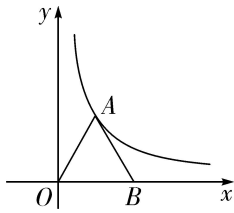


第 18 题图

19. 如图，在直角坐标系中，已知点 $B(4, 0)$ ，等边三角形 OAB 的顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上.

(1) 求反比例函数的表达式;

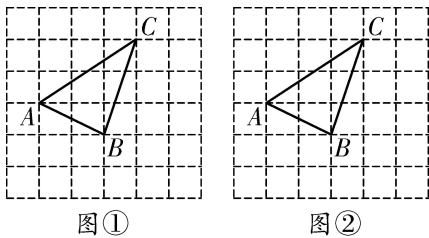
(2) 把 $\triangle OAB$ 向右平移 a 个单位长度，对应得到 $\triangle O'A'B'$ ，当这个函数图象经过 $\triangle O'A'B'$ 一边的中点时，求 a 的值.



20. 在 6×6 的方格纸中，点 A, B, C 都在格点上，按要求画图;

(1) 在图①中找一个格点 D ，使以点 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形;

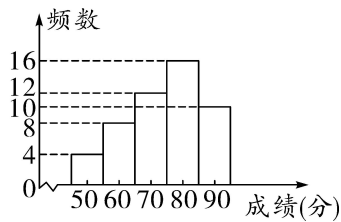
(2) 在图②中仅用无刻度的直尺，把线段 AB 三等分(保留画图痕迹，不写画法).



21. 在“创全国文明城市”活动中，某社区为了了解居民掌握垃圾分类知识的情况进行调查，其中 A, B 两小区分别有 500 名居民，社区从中各随机抽取 50 名居民进行相关知识测试，并将成绩进行整理得到部分信息:

【信息一】 A 小区 50 名居民成绩的频数直方图如下(每一组含前一个边界值，不含后一个边界值);

A 小区 50 名居民成绩的频数直方图



【信息二】上图中，从左往右第四组的成绩如下:

75	75	79	79	79	79	80	80
81	82	82	83	83	84	84	84

【信息三】 A, B 两小区各 50 名居民成绩的平均数、中位数、众数、优秀率(80 分及以上为优秀)、方差等数据如下(部分空缺):

小区	平均数	中位数	众数	优秀率	方差
A	75.1	_____	79	40%	277
B	75.1	77	76	45%	211

根据以上信息，回答下列问题:

(1) 求 A 小区 50 名居民成绩的中位数;

(2) 请估计 A 小区 500 名居民中能超过平均数的有多少人?

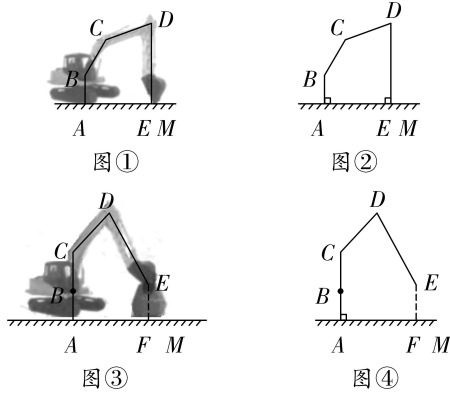
(3) 请尽量从多个角度比较，分析 A, B 两小区居民掌握垃圾分类知识的情况.

22. 某挖掘机的底座高 $AB=0.8$ 米, 动臂 $BC=1.2$ 米, $CD=1.5$ 米, BC 与 CD 的固定夹角 $\angle BCD=140^\circ$, 初始位置如图①, 斗杆顶点 D 与铲斗顶点 E 所在直线 DE 垂直地面 AM 于点 E , 测得 $\angle CDE=70^\circ$ (示意图②), 工作时如图③, 动臂 BC 会绕点 B 转动, 当点 A, B, C 在同一直线时, 斗杆顶点 D 升至最高点 (示意图④).

(1) 求挖掘机在初始位置时动臂 BC 与 AB 夹角 $\angle ABC$ 的度数;

(2) 问斗杆顶点 D 的最高点比初始位置高多少米? (精确到 0.1 米)

(参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77$, $\cos 50^\circ \approx 0.64$, $\sin 70^\circ \approx 0.94$, $\cos 70^\circ \approx 0.34$, $\sqrt{3} \approx 1.73$).



23. 小波在复习时, 遇到一个课本上的问题, 温故后进行了操作、推理与拓展.

(1) 温故: 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , 正方形 $PQMN$ 的边 QM 在 BC 上, 顶点 P, N 分别在 AB, AC 上, 若 $BC=a$, $AD=h$, 求正方形 $PQMN$ 的边长 (用 a, h 表示);

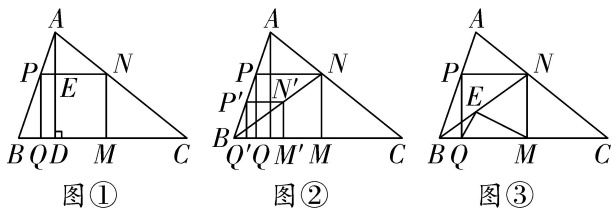
(2) 操作: 如何画出这个正方形 $PQMN$ 呢?

如图②, 小波画出了图①的 $\triangle ABC$, 然后按数学家波利亚在《怎样解题》中的方法进行操作: 先在 AB 上任取一点 P' , 画正方形 $P'Q'M'N'$, 使点 Q', M' 在 BC 边上, 点 N' 在 $\triangle ABC$ 内, 然后连接 BN' , 并延长交 AC 于点 N , 画 $NM \perp BC$ 于点 M , $NP \perp NM$ 交 AB 于点 P , $PQ \perp BC$ 于点 Q , 得到四边形 $PQMN$;

(3) 推理: 证明图②中的四边形 $PQMN$ 是正方形;

(4) 拓展: 小波把图②中的线段 BN 称为“波利亚线”, 在该线上截取 $NE=NM$, 连接 EQ, EM (如图③), 当 $\angle QEM=90^\circ$ 时, 求“波利亚线” BN 的长 (用 a, h 表示).

请帮助小波解决“温故”、“推理”、“拓展”中的问题.



24. 某农作物的生长率 p 与温度 $t(^{\circ}\text{C})$ 有如下关系：如图，当 $10 \leq t \leq 25$ 时可近似用函数 $p = \frac{1}{50}t - \frac{1}{5}$ 刻画；当 $25 \leq t \leq 37$ 时可近似用函数 $p = -\frac{1}{160}(t-h)^2 + 0.4$ 刻画。

(1) 求 h 的值；

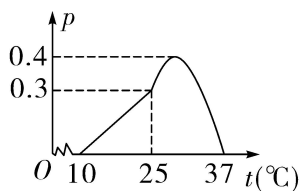
(2) 按照经验，该作物提前上市的天数 m (天) 与生长率 p 之间满足已学过的函数关系，部分数据如下：

生长率 p	0.2	0.25	0.3	0.35
提前上市的天数 m (天)	0	5	10	15

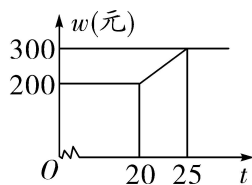
求：① m 关于 p 的函数表达式；

② 用含 t 的代数式表示 m ；

③ 天气寒冷，大棚加温可改变农作物生长速度，大棚恒温 20°C 时每天的成本为 100 元，计划该作物 30 天后上市。现根据市场调查：每提前一天上市售出(一次售完)，销售额可增加 600 元。因此决定给大棚继续加温，但加温导致成本增加，估测加温到 $20 \leq t \leq 25$ 时的成本为 200 元/天，但若欲加温到 $25 < t \leq 37$ ，由于要采用特殊方法，成本增加到 400 元/天，问加温到多少度时增加的利润最大？并说明理由。(注：农作物上市售出后大棚暂停使用)



图①



图②

2019 浙江省嘉兴中考数学试题解析

1. A 【解析】∵实数 a 的相反数是 $-a$ ，∴ -2019 的相反数是 2019 .

2. C 【解析】将一个大于 10 的数用科学记数法表示为 $a \times 10^n$ ，其中， $1 \leq a < 10$ ， n 为原数整数位数减 1 。则 $380000 = 3.8 \times 10^5$ 。

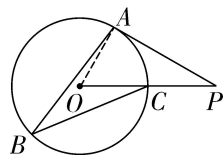
3. B 【解析】俯视图是从几何体的上面看所得到的视图，从这个几何体的上面看，可得到两排小正方形，其中上排有 2 个，下排左侧有 1 个。

4. C 【解析】由折线统计图可知， 2017 年签约金额比 2016 年签约金额少，则签约金额不是逐年增加，故 A 错误，不合题意；与上一年签约金额相比， 2015 年至 2016 年的签约金额增长量为 $381.35 - 40.9 = 340.45$ 亿元， 2018 年至 2019 年的签约金额增长量为 $422.33 - 221.63 = 200.7$ 亿元，∵ $340.45 > 200.7$ ，则增长量最多的是 2016 年，不是 2019 年，故 B 错误，不合题意，C 正确，符合题意；∵ 2018 年签约金额为 221.63 亿元， 2017 年签约金额为 244.61 亿元，∴ $\frac{244.61 - 221.63}{244.61} \times 100\% = 9.4\%$ ，∴ 2018 年的签约金额比 2017 年降低了 9.4% ，D 错误，不合题意。

5. D 【解析】∵ $\sqrt[3]{8} = 2$ ， $2^0 = 1$ ， $|-2| = 2$ ，∴ 要使每行每列的两个数的和相等，则 $a = 2^0 = 1$ 。∵ $\tan 60^\circ = \sqrt{3} \neq 1$ ， $-1 \neq 1$ ， $0 \neq 1$ ， $1^{2019} = 1$ ，∴ $a = 1^{2019}$ 。

6. A 【解析】∵ $a > b$ ，∴ $a + c > b + c$ ，∵ $c > d$ ，∴ $b + c > b + d$ ，∴ $a + c > b + d$ ，故 A 正确；当 $a = 1$ ， $b = 0$ ， $c = -1$ ， $d = -3$ 时， $a - c = 2$ ， $b - d = 3$ ，则 $a - c < b - d$ ，故 B 错误；若 $a = 1$ ， $b = -3$ ， $c = 0$ ， $d = -1$ ，则 $ac = 0$ ， $bd = 3$ ，∴ $ac < bd$ ，故 C 错误；当 $a = 1$ ， $b = 0$ ， $c = -1$ ， $d = -2$ ，则 $\frac{a}{c} = -1$ ， $\frac{b}{d} = 0$ ，∴ $\frac{a}{c} < \frac{b}{d}$ ，故 D 错误。

7. B 【解析】如解图，连接 OA ，∵ $\angle AOC$ 与 $\angle ABC$ 是 \widehat{AC} 所对的圆心角和圆周角，∴ $\angle AOC = 2\angle ABC = 60^\circ$ ，∵ AP 是 $\odot O$ 的切线，∴ $OA \perp AP$ ，



$$\therefore AP = OA \cdot \tan \angle AOC = 1 \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

8. D 【解析】四匹马的价钱为 $4x$ 两，六头牛的价钱为 $6y$ 两，由“马四匹，牛六头，共价四十八两”得方程 $4x + 6y = 48$ ；三匹马的价钱为 $3x$ 两，五头牛的价钱为 $5y$ 两，由“马三匹，牛五头，共价三十八两”可得方程 $3x + 5y = 38$ ，则可列方程组为
$$\begin{cases} 4x + 6y = 48 \\ 3x + 5y = 38 \end{cases}$$

9. A 【解析】∵ 四边形 $OABC$ 是菱形，∴ $AB \parallel OC$ ，∵ $A(1, 2)$ ， $B(3, 3)$ ，∴ 点 B 可看作由点 A 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位得到，∴ 点 C 可看作由点 O 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位得到，∴ 点 C 的坐标为 $(2, 1)$ 。∵ 图形 $OA'B'C'$ 与图形 $OABC$ 关于 y 轴对称，∴ 点 C' 与点 C 关于 y 轴对称，∴ 点 C' 的坐标为 $(-2, 1)$ ，∵ 图形 $OA''B''C''$ 与图形 $OA'B'C'$ 关于原点 O 对称，∴ 点 C'' 与点 C' 关于原点 O 对称，∴ 点 C'' 的坐标为 $(2, -1)$ 。

10. C 【解析】由二次函数 $y = -(x - m)^2 - m + 1$ 可知，顶点坐标为 $(m, -m + 1)$ ，代入直线 $y = -x + 1$ 可知满足函数解析式，故二次函数图象的顶点始终在直线 $y = -x + 1$ 上，故①正确，不合题意；∵ 抛物线关于对称轴对称，∴ 当抛物线与 x 轴的两个交点和其顶点构成的三角形是等腰直角三角形时，此时直角顶点只能是抛物线的顶点，且与 x 轴的两个交点之间的距离是顶点到 x 轴距离的 2 倍。设抛物线与 x 轴的左交点为 A ，则点 A 的横坐标为 $m - (-m + 1) = 2m - 1$ ，代入抛物线解析式得 $-(2m - 1 - m)^2 - m + 1 = 0$ ，解得 $m = 0$ 或 $m = 1$ ，∵ 当 $m = 1$ 时， $y = -(x - 1)^2$ 与 x 轴只有一个交点，不合题意舍去，∴ $m = 0$ ，故存在 m ，使得函数图象的顶点与 x 轴的两个交点构成等腰直角三角形，故②正确，不合题意；∵ $x_1 + x_2 > 2m$ ，∴ $x_2 - m > m - x_1$ ，∴ 点 B 到对称轴 $x = m$ 的距离大于点 A 到对称轴 $x = m$ 的距离，∵ $-1 < 0$ ，∴ 离对称轴越近的点的纵坐标越大，∴ $y_1 > y_2$ ，故③错

误, 符合题意; \because 抛物线开口向下, \therefore 在对称轴的左侧, y 随 x 的增大而增大, $\because -1 < x < 2$ 时, y 随 x 增大而增大, $\therefore -1 < x < 2 \leq m$, $\therefore m$ 的取值范围是 $m \geq 2$, 故④正确, 不合题意.

11. $x(x-5)$ 【解析】提公因式得: $x^2-5x=x(x-5)$.

12. $\frac{2}{3}$ 【解析】从甲、乙、丙中任选两人, 所有的等可能情况有(甲、乙), (甲、丙), (乙、丙), 共 3 种,

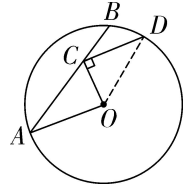
其中甲被选中的情况有 2 种, $\therefore P(\text{甲被选中}) = \frac{2}{3}$.

13. $b < -a < a < -b$ 【解析】 $\because a > 0, b < 0, \therefore a > b, \therefore a + b < 0, \therefore a < -b, b < -a, \because a > 0, \therefore -a < 0 < a, \therefore$ 这四个数的大小关系为: $b < -a < a < -b$.

14. $\frac{1}{2}$ 【解析】如解图, 连接 OD , 则 $OD=r$ 为定值, $\because OC \perp CD$,

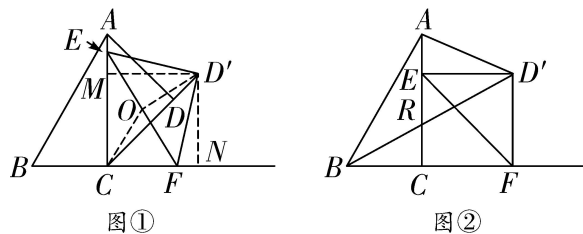
$\therefore CD^2 = OD^2 - OC^2 = r^2 - OC^2$, \therefore 当 OC 最小时, CD 最大,

即当 $OC \perp AB$ 时, CD 最大, 由垂径定理可知, 此时 $CD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$.



15. $\pm 4x$ (只填一个即可) 【解析】设括号内填的一次项为 mx , 则一元二次方程有两个相等的实数根, $\therefore m^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$, 解得 $m = \pm 4$.

16. $24 - 12\sqrt{2}; 36\sqrt{2} + 24\sqrt{3} - 12\sqrt{6}$ 【解析】设滑动后, 点 D 的对应点为 D' , 点 E 的对应点为 E' , 点 F 的对应点为 F' , 如解图①, 过点 D' 作 $D'M \perp AC$ 于点 M , $D'N \perp CF$ 交 CF 的延长线于点 N . 则 $\angle MD'N = 90^\circ$, $\because \angle ED'F = 90^\circ, \therefore \angle ED'M = \angle FD'N, \because ED' = FD', \angle EMD' = \angle FND' = 90^\circ, \therefore \triangle ED'M \cong \triangle FD'N, \therefore D'M = D'N, \therefore$ 点 D' 在 $\angle ACF$ 的平分线上, \therefore 点 D 的运动路径是一段线段. 在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\because AC = 12, \angle CAD = 45^\circ, \therefore CD = AC \sin \angle CAD = 6\sqrt{2}$. 设 EF 的中点为 O , 连接 CO, OD' , 则 $OC = OD', CD' \leq 2OC$, 当且仅当点 O 在 CD' 上时, CD' 最大, 最大为 $2OC = EF, DE \perp AC, \therefore$ 当点 E 从 A 运动到点 C 处时, 点 D 先运动到最大位置, 再回到点 D 处, \therefore 点 D 经过的路径为 $2EF - 2CD = 24 - 12\sqrt{2}$. 在点 D 的运动过程中, 设点 D 到直线 AB 的距离为 $h, \therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AB \cdot h, \because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AC = 12, \angle BAC = 30^\circ, \therefore AB = \frac{AC}{\cos \angle BAC} = 8\sqrt{3}, BC = \frac{1}{2}AB = 4\sqrt{3}. \therefore$ 当 h 最大时, $S_{\triangle ABD}$ 最大. 过点 C 作 $CP \parallel AB$, 过点 D 作 $DR \perp CP$ 于点 R , 则当 DR 最大时, h 最大, \therefore 当 CD 最大时, DR 最大, 即 h 最大. $\because CD$ 最大时, $DE \perp AC, \therefore$ 如解图②, 设 BD 交 AC 于点 R , 则 $\triangle BCR \sim \triangle BFD, \therefore \frac{CR}{DF} = \frac{BC}{BF}, \therefore \frac{CR}{6\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{3} + 6\sqrt{2}}, \therefore CR = \frac{12\sqrt{6}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}, \therefore AR = AC - CR = 12 - \frac{12\sqrt{6}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}, S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABR} + S_{\triangle ADR} = \frac{1}{2}AR \cdot BC + \frac{1}{2}AR \cdot DE = \frac{1}{2}(12 - \frac{12\sqrt{6}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}) \cdot (4\sqrt{3} + 6\sqrt{2}) = 36\sqrt{2} + 24\sqrt{3} - 12\sqrt{6}$.



第 16 题解图

17. 解: 解答过程中第①、②步有误.

$$\text{原式} = \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x+1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x-1}$$

\therefore 当 $x = \sqrt{3} + 1$ 时, 原式 $= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

18. 解：添加条件： $BE=DF$.

证明：在矩形 $ABCD$ 中，

$\because AB \parallel CD, AB=CD, \therefore \angle ABE = \angle CDF$.

$\because BE=DF, \therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF(SAS). \therefore AE=CF$.

19. 解：(1) 如解图①，过点 A 作 $AC \perp OB$ 于点 C .

$\because \triangle OAB$ 是等边三角形， $\therefore \angle OAB = 60^\circ, OC = \frac{1}{2}OB$.

$\because B(4, 0), \therefore OB=OA=4. \therefore OC=2, AC=2\sqrt{3}. \therefore A(2, 2\sqrt{3})$.

把点 $A(2, 2\sqrt{3})$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得， $k = 4\sqrt{3}, \therefore$ 反比例函数的表达式为 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$;

(2)(I) 如解图②，点 D 是 $A'B'$ 的中点，过点 D 作 $DE \perp x$ 轴于

由题意得 $A'B' = 4, \angle A' B' E' = 60^\circ$.

在 $Rt\triangle DEB'$ 中， $B'D = 2, DE = \sqrt{3}, B'E = 1,$

$\therefore O'E = 3$.

把 $y = \sqrt{3}$ 代入 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ ，得 $x = 4, \therefore OE = 4,$

$\therefore a = OO' = 1;$

(II) 如解图③，点 F 是 $A'O'$ 的中点，过点 F 作 $FH \perp x$ 轴于点 H .

由题意得 $A'O' = 4, \angle A' O' B' = 60^\circ$.

在 $Rt\triangle FO'H$ 中， $FH = \sqrt{3}, O'H = 1$.

把 $y = \sqrt{3}$ 代入 $y = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ ，得 $x = 4$.

$\therefore OH = 4. \therefore a = OO' = 3$. 综上所述， $a = 1$ 或 3 .

20. 解：(1) 如解图①，点 D_1, D_2, D_3 即为所求；

(2) 如解图②所示.

21. 解：(1) 中位数：75 分；(2) $\frac{24}{50} \times 500 = 240$ 人；

(3) ① 从平均数来看，两个小区居民对垃圾分类知识掌握情况的平均水平相同.

② 从方差看， B 小区居民对垃圾分类知识的掌握情况比 A 小区稳定.

③ 从中位数看， B 小区至少有一半的居民成绩高于平均数.

22. 解：(1) 如解图①，过点 C 作 $CG \perp AM$ 于点 G .

$\therefore \angle DCG = 180^\circ - \angle CDE = 110^\circ. \therefore \angle BCG = \angle BCD - \angle DCG = 30^\circ$.

$\because AB \perp AM, DE \perp AM, CG \perp AM,$

$\therefore AB \parallel DE \parallel CG. \therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BCG = 150^\circ$.

\therefore 动臂 BC 与 AB 的夹角 $\angle ABC$ 的度数为 150° ;

(2) 如解图②，过点 C 作 $CP \perp DE$ 于点 P ，过点 B 作 $BQ \perp DE$ 于点 Q 交 CG 于点 N ，

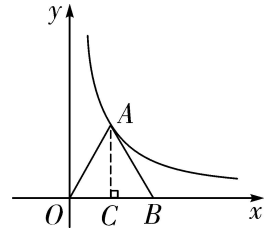
在 $Rt\triangle CPD$ 中， $DP = CD \times \cos 70^\circ = 0.51$. 在 $Rt\triangle BCN$ 中， $CN = BC \times \cos 30^\circ = 1.038$.

$\therefore DE = DP + PQ + QE = DP + CN + AB = 0.51 + 1.038 + 0.8 = 2.348$.

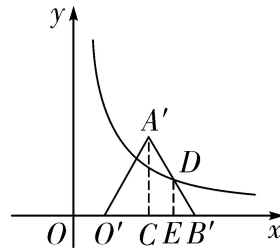
如解图③，过点 D 作 $DH \perp AM$ 于点 H ，过点 C 作 $CK \perp DH$ 于点 K ，

在 $Rt\triangle CKD$ 中， $DK = CD \times \sin 50^\circ = 1.155. DH = DK + KH = 3.155$

$\therefore DH - DE = 0.807 \approx 0.8$ 米. \therefore 斗杆顶点 D 的最高点比初始位置高 0.8 米.

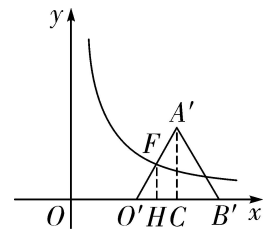


第 19 题解图①

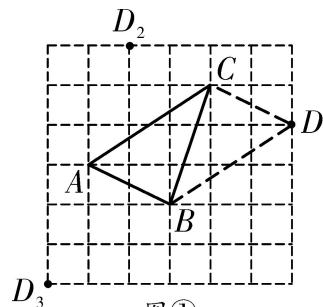


图②

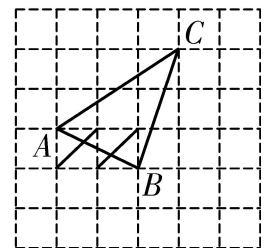
点 E .



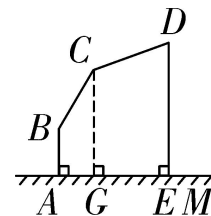
图③



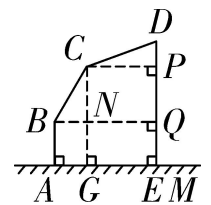
图①



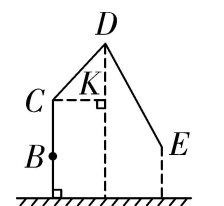
图②



图①



图②



图③

23. (1)解: \because 四边形 $PQMN$ 为正方形,

$$\therefore PN \parallel BC, \therefore \triangle APN \sim \triangle ABC, \therefore \frac{NP}{BC} = \frac{AE}{AD}, \text{ 即 } \frac{NP}{a} = \frac{h-PN}{h} \text{ 解得 } PN = \frac{ah}{a+h};$$

(2)证明: 由画法得, $\angle QMN = \angle PNM = \angle PQM = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $PQMN$ 为矩形,

$\therefore N' M' \perp BC, NM \perp BC, \therefore N' M' \parallel NM, \therefore \triangle BN' M' \sim \triangle BNM$.

$$\therefore \frac{N' M'}{NM} = \frac{BN'}{BN}, \text{ 同理可得 } \frac{N' P'}{NP} = \frac{BN'}{BN}, \therefore \frac{N' M'}{NM} = \frac{P' N'}{PN}.$$

$\therefore N' M' = P' N', \therefore NM = PN, \therefore$ 四边形 $PQMN$ 为正方形;

(3)解: 如解图, 过点 N 作 $NR \perp EM$ 于点 R ,

$$\therefore NE = NM, \therefore \angle NEM = \angle NME, \therefore ER = RM = \frac{1}{2}EM.$$

又 $\because \angle EQM + \angle EMQ = \angle EMQ + \angle EMN = 90^\circ, \therefore \angle EQM = \angle EMN$,

又 $\because \angle QEM = \angle NRM = 90^\circ, NM = QM, \therefore \triangle EQM \cong \triangle RMN (AAS)$.

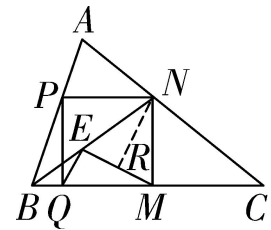
$$\therefore EQ = RM, \therefore EQ = \frac{1}{2}EM.$$

$\because \angle QEM = 90^\circ, \therefore \angle BEQ + \angle NEM = 90^\circ, \therefore \angle BEQ = \angle EMB$,

又 $\because \angle EBM = \angle QBE, \therefore \triangle BEQ \sim \triangle BME, \therefore \frac{BQ}{BE} = \frac{BE}{BM} = \frac{EQ}{EM} = \frac{1}{2}$.

设 $BQ = x$, 则 $BE = 2x, BM = 4x, \therefore QM = BM - BQ = 3x = MN = NE$.

$$\therefore BN = BE + NE = 5x, \therefore BN = \frac{5}{3}NM = \frac{5ah}{3a+3h}.$$



第 23 题解图

24. 解: (1)把(25, 0.3)代入 $p = -\frac{1}{160}(t-h)^2 + 0.4$, 得 $h = 29$ 或 $h = 21$.

$\because h > 25, \therefore h = 29$;

(2)①由表格可知 m 是 p 的一次函数,

设 $m = kp + n$, 将(0.2, 0), (0.25, 5)代入得 $\begin{cases} 0.2k + n = 0, \\ 0.25k + n = 5, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k = 100, \\ n = -20. \end{cases}$

$\therefore m$ 关于 p 的函数表达式为 $m = 100p - 20$;

②由(1)得, 当 $10 \leq t \leq 25$ 时, $p = \frac{1}{50}t - \frac{1}{5}$, 把 p 代入 $m = 100p - 20$ 得 $m = 100(\frac{1}{50}t - \frac{1}{5}) - 20 = 2t - 40$.

当 $25 \leq t \leq 37$ 时, $p = -\frac{1}{160}(t-29)^2 + 0.4$. 把 p 代入 $m = 100p - 20$

$$\text{得 } m = 100[-\frac{1}{160}(t-29)^2 + 0.4] - 20 = -\frac{5}{8}(t-29)^2 + 20;$$

③设利润为 y 元, 则当 $20 \leq t \leq 25$ 时,

$$y = 600m + [100 \times 30 - (30 - m) \times 200] = 800m - 3000 = 1600t - 35000.$$

当 $20 \leq t \leq 25$ 时, y 随着 t 的增大而增大, 当 $t = 25$ 时, 最大值 $y = 5000$.

当 $25 \leq t \leq 37$ 时,

$$y = 600m + [100 \times 30 - (30 - m) \times 400] = 1000m - 9000 = -625(t-29)^2 + 11000.$$

$\because a = -625 < 0, \therefore$ 当 $t = 29$ 时, 最大值 $y = 11000$.

$\therefore 11000 > 5000$,

\therefore 当加温到 29°C 时, 增加的利润最大.