24. （本题 10 分）

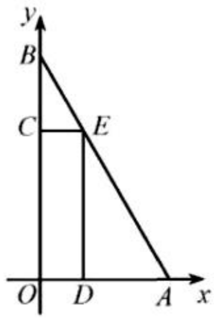
在平面直角坐标系中，O为原点，点 A（6，0），点 B在 y轴的正半轴上，$\angle ABO=30^\circ$．矩形 $CODE$的顶点 D，E，C分别在 OA，AB，OB上，$OD=2$．

（Ⅰ）如图①，求点 E的坐标；

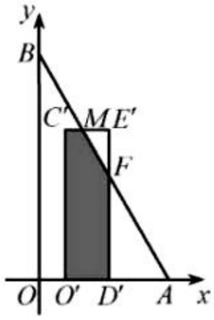
（Ⅱ）将矩形 $CODE$沿 x轴向右平移，得到矩形 $C'O'D'E'$，点 C，O，D，E的对应点分别为 C'，O'，D'，E'．设 $OO'=t$，矩形 $C'O'D'E'$与△ABO重叠部分的面积为 S．

①如图②，当矩形 $C'O'D'E'$与△ABO重叠部分为五边形时，$C'E'$，$E'D'$分别与 AB相交于点 M，F，试用含有 t的式子表示 S，并直接写出 t的取值范围；

②当$\sqrt{3}\leqslant S\leqslant 5\sqrt{3}$时，求 t的取值范围（直接写出结果即可）．



图①



图②

25.（本小题 10 分）已知抛物线 $y=x^2-bx+c$（b，c 为常数，$b>0$）经过点 A（-1，0），点 M（m，0）是 x 轴正半轴上的动点.

（Ⅰ）当 $b=2$ 时，求抛物线的顶点坐标；

（Ⅱ）点 D（b，y_D）在抛物线上，当 $AM=AD$，$m=5$ 时，求 b 的值；

（Ⅲ）点 Q（$b+\frac{1}{2}$，y_Q）在抛物线上，当 $\sqrt{2}AM+2QM$ 的最小值为 $\frac{33\sqrt{2}}{4}$ 时，求 b 的值.

2019年天津市初中毕业生学生考试试卷数学答案

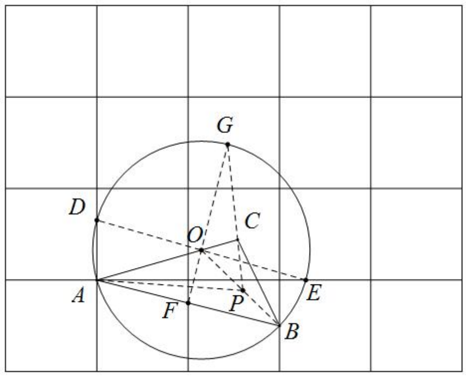
1-12 ACBAB DACDB DC

13. x^6　　14. 2　　15、$\frac{3}{7}$　　16、（$\frac{1}{2}$，0）　　17、$\frac{49}{13}$

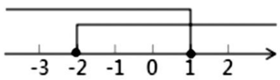
18、（1）$\frac{\sqrt{17}}{2}$；（2）利用圆与网格线的交点画出一条直径与AC相交得到圆心O，取AB与网格线的交点F，连接FO并延长交⊙O于点G，连接GC并延长交BO于点P，连接AP，即可找到点P.

{解析}本题第（1）问考查了勾股定理，由勾股定理得 $AB=\sqrt{2^2+(\frac{1}{2})^2}=\frac{\sqrt{17}}{2}$；

第（2）问考查了正方形网格和圆的背景下的网格直尺作图问题，综合性较强.先利用90°的圆周角所对的弦是直径，两条直径的交点为圆心找出圆心.如图，取圆与网格线的交点D，E，连接DE交AC于点O，则点O是圆心.再取AB与网格线的交点F，连接FO并延长交⊙O于点G，连接GC并延长交BO于点P，连接AP，则点P就是满足条件∠PAC=∠PBC=∠PCB的点.简要证明如下：根据题意容易知道∠OAF=∠OBF=30°，∠AOF=∠BOF=∠BOC=∠GOC=60°，从而可得∠OBC=20°，利用“SAS”证明△GOC≌△GBC，得到∠G=∠OBC=20°，从而可求出∠OPG=40°，从而可得∠PCB=∠OPG-∠PBC=20°=∠PBC.利用“SAS”证明△GOP≌△AOP，得到∠PAC=∠G=20°，从而可证出∠PAC=∠PBC=∠PCB.



19、（Ⅰ）$x\geqslant-2$　　（2分）　　（Ⅱ）$x\leqslant1$；　（4分）

（Ⅲ）


（6分）　（Ⅳ）$-2\leqslant x\leqslant1$.（8分）

20、{答案}解：　（I）40，25；　　（2分）

（II）$\bar{x}=\frac{0.9\times4+1.2\times8+1.5\times15+1.8\times10+2.1\times3}{4+8+15+10+3}=1.5$　　（3分）

∵在这组数据中，1.5出现了15次，出现的次数最多，∴这组数据的众数是1.5；　（4分）

∵将这组数据按从小到大的顺序排列，其中处于中间的两个数都是1.5，故这两个数的平均数即这组数据的中位数是1.5.　（5分）

答：这组数据的平均数、众数、中位数都是1.5h.　（6分）

（III）∵在统计的这组每天在校体育活动时间的样本中，每天在校体育活动时间大于1h的学生人数占的比例为1-10%=90%，∴估计该校800名初中学生中，每天在校体育活动时间大于1h的人数约占90%，

从而可计算得：800×90%=720，　（7分）

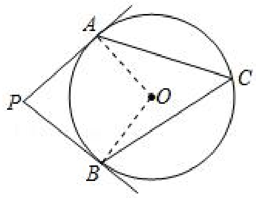
答：该校每天在校体育活动时间大于1h的学生约有720人.　（8分）

21 {答案}解：（Ⅰ）连接OA、OB，∵PA，PB是⊙O的切线，

∴OA⊥PA，OB⊥PB，∴∠OAP=∠OBP=90°，　（2分）

∵∠APB=80°，∴在四边形OAPB中，∠AOB=360°-∠OAP-∠OBP-∠APB=100°，

∴∠ACB=$\frac{1}{2}$∠AOB=50°；　（5分）



图①

（II）如图②，∵PA，PB是⊙O的切线，∴PA=PB，　（6分）

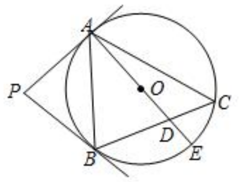
∵∠APB=80°，∴∠PAB=∠PBA=50°，　（7分）

由（Ⅰ）知∠PAD=90°，∠ACB=50°，

∴∠BAD=∠PAD-∠PAB=40°，　（8分）

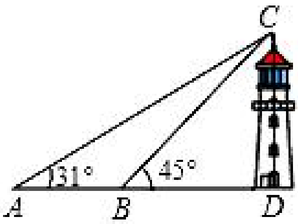
∵AB=AD，∴∠ADB=∠B=70°，　（9分）

∵∠ADB=∠EAC+∠ACB，∴∠EAC=∠ADB-∠ACB=20°.　（10分）



如图②

21、{答案}解：设 CD=x.在 Rt△CAD 中，∵$\tan\angle CAD=\dfrac{CD}{AD}\approx 0.60$，



∴$AD=\dfrac{x}{\tan 31°}\approx\dfrac{5}{3}x$.　　　　　　　　（3 分）

在 Rt△CBD 中，∠CBD＝45°，∴BD＝CD=x　　　　（5 分）

∵AD＝AB+BD，

∴$\dfrac{5}{3}x=x+30$，解得 x＝45.　　　　　　　　（9 分）

答：这座灯塔的高度 CD 约为 45m.　　　　　　　　（10 分）

23、{答案}解：（Ⅰ）（从左到右，从上往下）依次为：180，900，210，850；　　　　（4分）

（Ⅱ）$y_1=6x$　（x＞0）；当 0＜x≤50 时，$y_2=7x$　（0＜x≤50）；当 x＞50 时，y_2＝7×50+5（x－50）＝5x+100　（x＞50）.因此 y_1，y_2 与 x 的函数解析式分别为：

$y_1=6x$　（x＞0）；$y_2=\begin{cases}7x,(0<x\le 50)\\ 7\times 50+5(x-50)=5x+100,(x>50)\end{cases}$.　　　　（7 分）

（Ⅲ）①当 0＜x≤50 时，由题知 6x＝7x，解得 x＝0，不合题意舍去；当 x＞50 时，由题知 6x＝5x+100，解得 x＝100，故他在同一个批发店一次购买苹果的数量为 100 千克，因此本小题的答案为：100；

②当 x＝120 时，y_1＝6×120＝720，y_2＝5×120+100＝700，∵720＞700，∴乙批发店花费少．故本小题答案为：乙；

③当 y_1＝6x＝360 时，解得 x＝60；当 y_2＝7x　=360 时，解得 x=$\dfrac{360}{7}$（大于 50，舍去）；当 y_2＝5x+100＝360 时，解得 x＝52.∵60＞52，∴甲批发店购买数量多．本小题答案为：甲.　　　　（10 分每空一分）

24{答案}解：（I）由A（6，0），得OA=6，又OD=2，∴AD=OA−OD=4.在矩形CODE中，

由DE∥CO，得∠AED=∠ABO=30°，

∴在Rt△AED中，AE=2AD=8.

∴由勾股定理得：ED=AE−AD=4$\sqrt{3}$，有CO=4$\sqrt{3}$ ∴E（2，4$\sqrt{3}$）；

（II）①由平移可知，$O'D'=2$，$E'D'$=4$\sqrt{3}$，$ME'=OO'=t$，由 $E'D'$∥BO，得∠$E'FM$=∠ABO=30°，

在Rt△MFE'中，MF=2$ME'=2t$，∴由勾股定理得 $FE'=\sqrt{MF^2-ME'^2}=\sqrt{3}t$.

∴ $S_{\Delta MFE'}=\dfrac{1}{2}ME'\cdot FE'=\dfrac{1}{2}t\cdot\sqrt{3}t=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t^2$，而 $S_{矩形C'O'D'E'}=O'D'\cdot E'D'=8\sqrt{3}$，

∴ $s=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t^2+8\sqrt{3}$（0＜t＜2）.

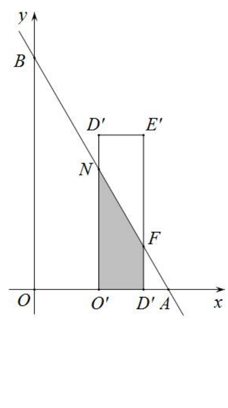
②由①知当 $0\le t\le 2$ 时，$S=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t^2+8\sqrt{3}$，且 S 随着 t 的增大而减小.当 t=0 时，S$_{最大}=8\sqrt{3}$；当 t=2 时，S$_{最小}=6\sqrt{3}$.∴当 $\sqrt{3}$≤S≤5$\sqrt{3}$ 时，t＞2.当 2＜t＜4 时，矩形 C' O' D' E' 与△ABO 重叠部分为直角梯形，如图③，设 O' C' 交 AB 于 N，D' E' 仍交 AB 于 F.

∵AD′=4−t，AO′=6−t，∴D' F=$\sqrt{3}$（4−t），O' N=$\sqrt{3}$（6−t），O' D′=2，

∴S=$\dfrac{1}{2}$[$\sqrt{3}$（4−t）+$\sqrt{3}$（6−t）]×2=$-2\sqrt{3}t+10\sqrt{3}$，显然 S 随着 t 的增大而减小.

当 S=$-2\sqrt{3}t+10\sqrt{3}$=5$\sqrt{3}$ 时，t=2.5；当 t=4 时，s=2$\sqrt{3}$，∴当 2＜t＜4 时，S＞2$\sqrt{3}$.

∴当 2＜t＜4 时，符合 $\sqrt{3}$≤S≤5$\sqrt{3}$ 的 t 的取值范围是 2.5≤t＜4；



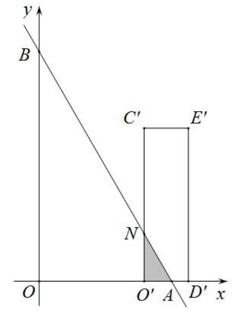
（图③）

当 4≤t＜6 时，矩形 C' O' D' E' 与△ABO重叠部分为直角三角形，如图④，设 O' C' 仍交 AB 于 N，则 AO′ =6-t，O' N=$\sqrt{3}$ （6-t），

∴S=$\frac{1}{2}$ （6-t） • $\sqrt{3}$ （6-t） =$\frac{\sqrt{3}}{2}$ （6-t）^{2}，显然 S 随着 t 的增大而减小.

当S=$\frac{\sqrt{3}}{2}$（6-t）^{2}=$\sqrt{3}$时，解得$t_1=6+\sqrt{2}$（舍去），$t_2=6-\sqrt{2}$. ∴ $4<t\le 6-\sqrt{2}$.

∴当 4≤t＜6 时，符合$\sqrt{3}$ ≤S≤5$\sqrt{3}$ 的 t 的取值范围是 4≤t≤ $6-\sqrt{2}$.



（图④）

综上，本小题答案为： $\frac{5}{2}\le t\le 6-\sqrt{2}$.

25、{解析}本题考查了二次函数的图像与性质，综合性较强. （Ⅰ）将点 A（－1，0）代入 $y=x^2-2x+c$，求出 c 的值，进一步便可根据抛物线的解析式及求出其顶点坐标；

（Ⅱ）将点 D（b，y_D）代入抛物线 $y=x^2-bx-b-1$，求出点 D，利用条件 $AM=AD$ 构造方程即可求出 b 的值；

（Ⅲ）先变形得$\sqrt{2}$ AM+2QM=2（$\frac{\sqrt{2}}{2}$ AM+QM），再通过构造以 AM 为斜边的等腰直角三角形，将$\frac{\sqrt{2}}{2}$ AM+QM 及其最小值通过图形表示出来，“以形显数”，再利用等腰直角三角形的性质及点 Q 的坐标列方程组求出 m 和 b，就能解决问题.

{答案}解： （Ⅰ）当b=2时，抛物线为$y=x^2-2x+c$，将A（-1，0）代入，得1-2+c=0, ∴c= － 3 , ∴抛物线解析式为 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$， ∴其顶点坐标为（1，－ 4）；

（II）A（-1，0）代入抛物线解析式得，1+b+c=0，∴c=－b－1，

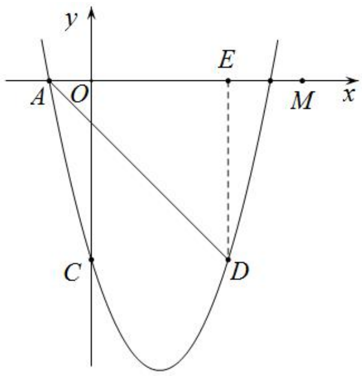
∴抛物线为 $y=x^2-bx-b-1$.

设抛物线与 y 轴交于点 C，则 C（0，－b－1）.

当 x=b 时，$y_D=b^2-b\cdot b-b-1=-b-1$，

∴D（b， －b－1）. ∵b>0，∴D 与 C 不重合，点 D 在第四象限. 如图①，过点 D 作 $DE\perp x$ 轴，垂足为 E，则点 E（b，0），∴$AE=DE=b+1$，∴$AD=\sqrt{2}\ AE=\sqrt{2}$ （b+1）. ∵m=5，∴M（m，0），∴AM=6. 由已知 $AM=AD$，

∴ $\sqrt{2}$ （b+1）=6，∴$b=3\sqrt{2}-1$；



图①

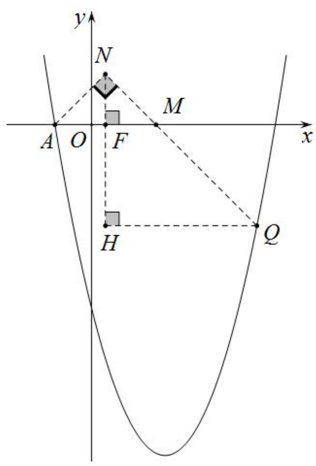
（Ⅲ）把Q（$b+\frac{1}{2}$， y_Q）代入 $y=x^2-bx-b-1$，得 $y_Q=-\frac{b}{2}-\frac{3}{4}$， ∵$b$>0，抛物线对称轴为直线x=$\frac{b}{2}$，

∴点Q（$b+\frac{1}{2}$， $-\frac{b}{2}-\frac{3}{4}$）在第四象限、对称轴右侧.

令$\sqrt{2}$ AM+2QM=w，则w=$\sqrt{2}$ AM+2QM=2（$\frac{\sqrt{2}}{2}$ AM+QM）.

如图，在x轴上方取一点N，使得△AMN是以AM为斜边的等腰直角三角形，则

MN=$\frac{\sqrt{2}}{2}$ AM，此时$\frac{\sqrt{2}}{2}$ AM+QM=MN+QM≥NQ, ∴$w_{最小}$=2NQ=$\frac{33\sqrt{2}}{4}$，∴NQ=$\frac{33\sqrt{2}}{8}$. ∵∠MNH=45°，∴△NQH为等腰直角三角形，∴NH=QH=$\frac{33}{8}$，∵AF=NF=$\frac{1}{2}$ AM=$\frac{1}{2}$ (m+1).



$$∴\begin{cases}\frac{1}{2}(m+1)+(\frac{b}{2}+\frac{3}{4})=\frac{33}{8}\\(b+\frac{1}{2}+1)-\frac{1}{2}(m+1)=\frac{33}{8}\end{cases}，解得\begin{cases}b=4\\m=\frac{7}{4}\end{cases}.$$

综上，b=4.